

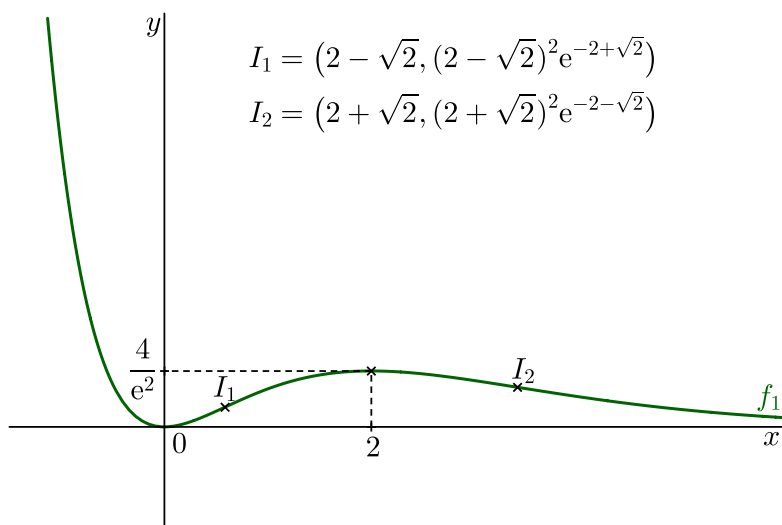
Příklady

(V příkladech s hvězdičkou existují šikmé asymptoty ke grafu funkce. V řešení jsou vypsány první a druhá derivace a obrázek obsahuje všechny ostatní informace, tj. limity, extrémy a inflexní body.)

Příklad 7.8. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x^2e^{-x}$.

Řešení 7.8.

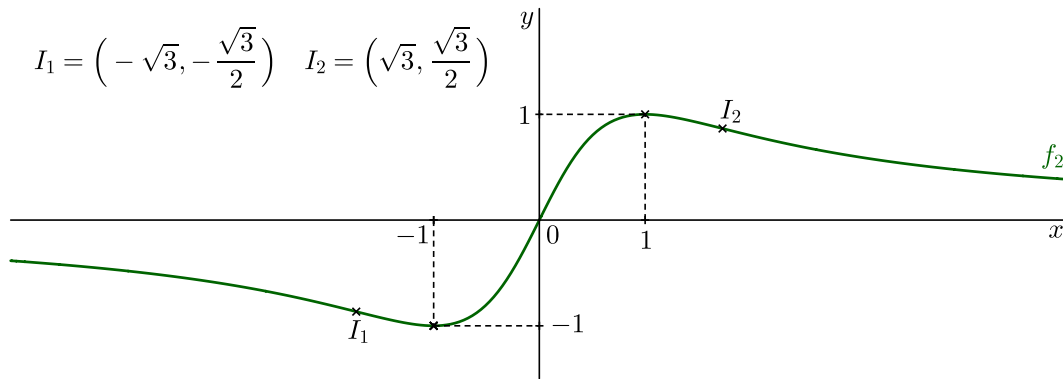
$$f'(x) = e^{-x}x(2-x) \quad f''(x) = e^{-x}(x^2 - 4x + 2)$$



Příklad 7.9. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Řešení 7.9.

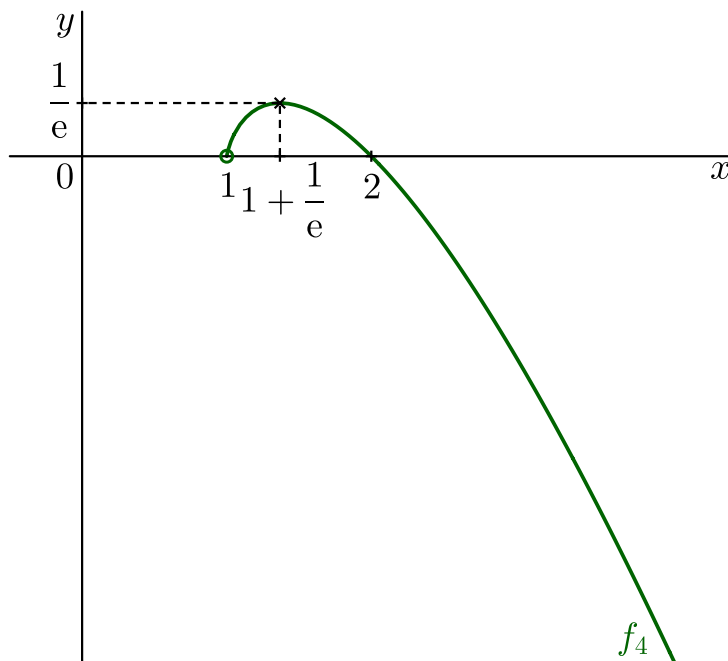
$$f'(x) = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2} \quad f''(x) = \frac{4x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$$



Příklad 7.10. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = (1-x)\ln(x-1)$.

Řešení 7.10.

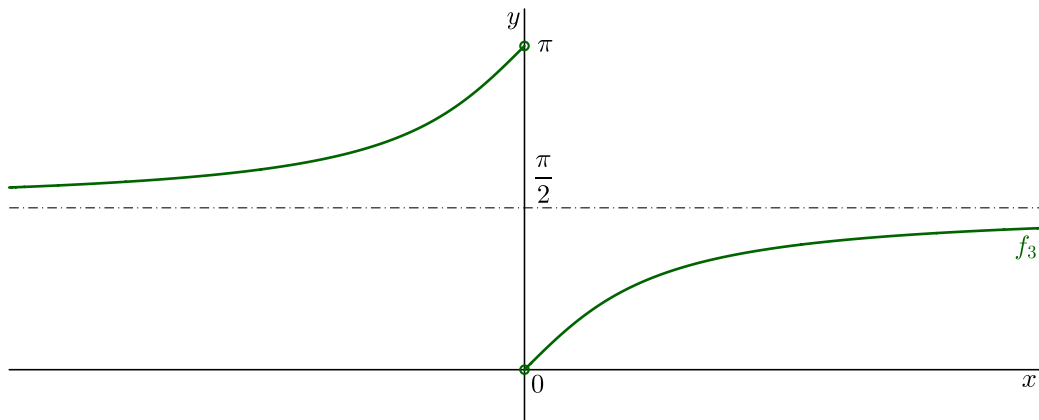
$$f'(x) = -\ln(x-1) - 1 \quad f''(x) = \frac{1}{1-x}$$



Příklad 7.11. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}$.

Řešení 7.11.

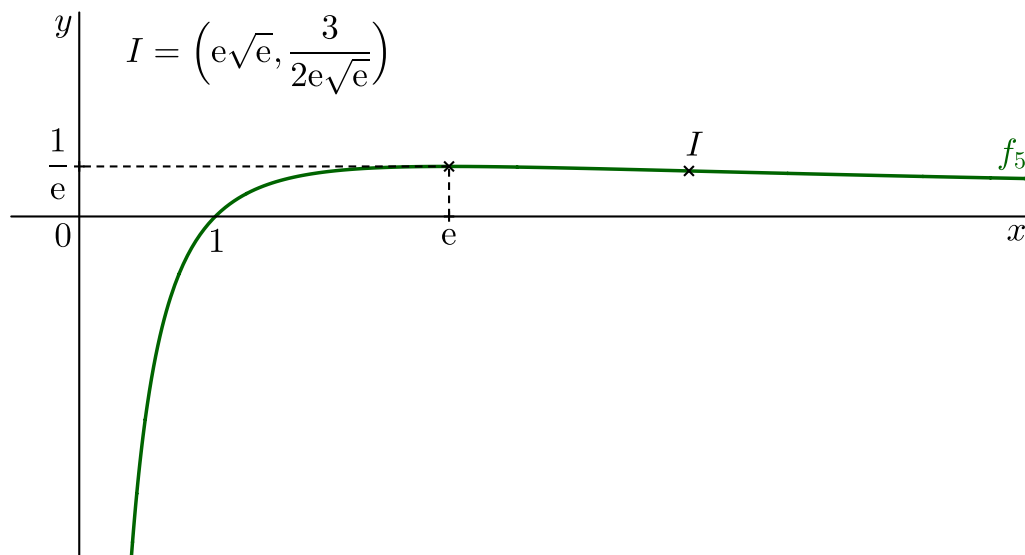
$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad f''(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$



Příklad 7.12. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

Řešení 7.12.

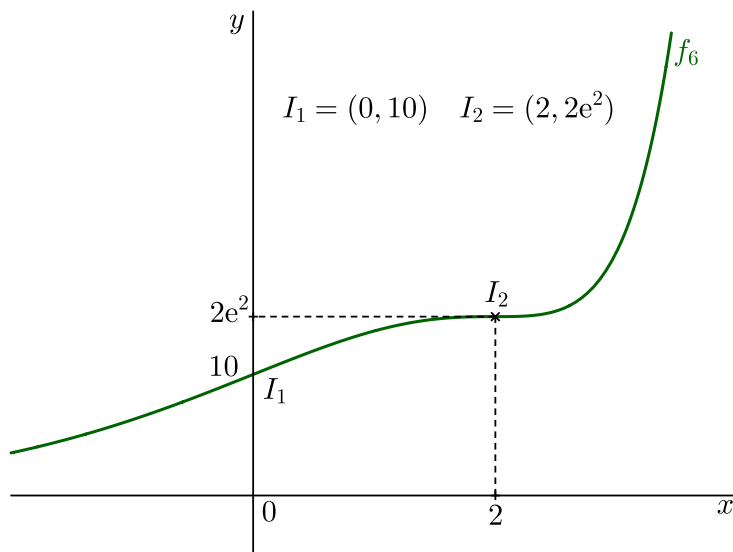
$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} \quad f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$$



Příklad 7.13. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = (x^2 - 6x + 10) e^x$.

Řešení 7.13.

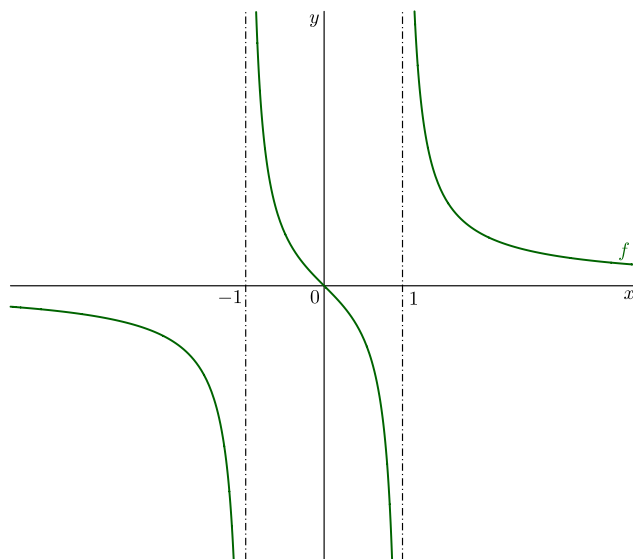
$$f'(x) = (x^2 - 4x + 4) e^x \quad f''(x) = (x^2 - 2x) e^x$$



Příklad 7.14. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

Řešení 7.14.

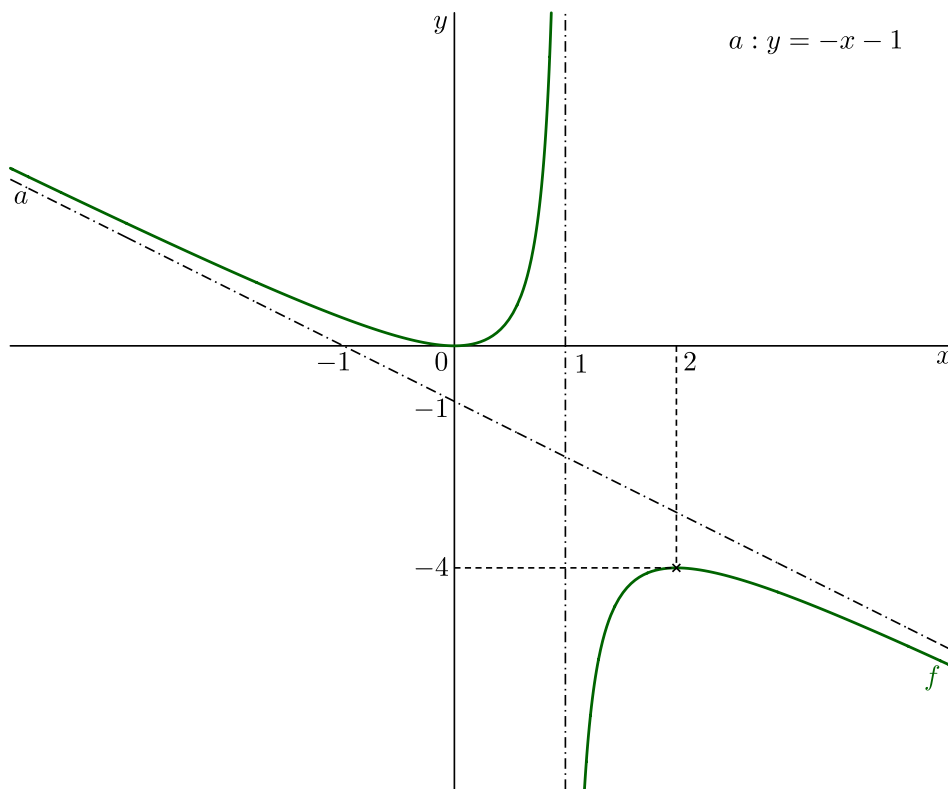
$$f'(x) = -\frac{(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2} \quad f''(x) = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$$



Příklad 7.15. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$.

Řešení 7.15.

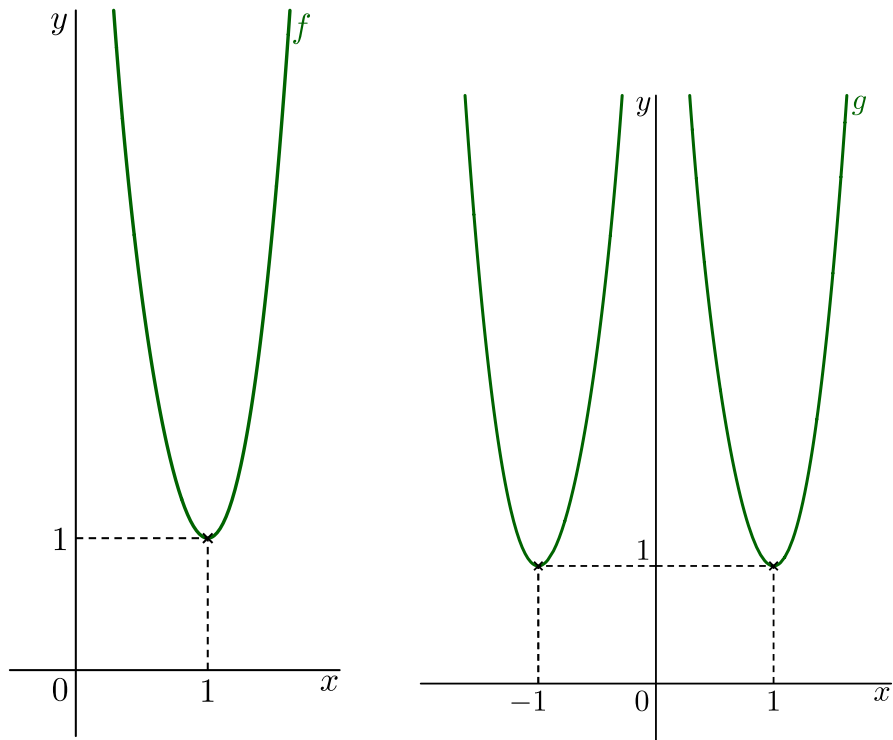
$$f'(x) = \frac{x(2-x)}{(1-x)^2} \quad f''(x) = \frac{2}{(1-x)^3}$$



Příklad 7.16. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x^4 - 4 \ln x$ a rozmyslete si, jak se liší od funkce $g(x) = x^4 - \ln x^4$.

Řešení 7.16.

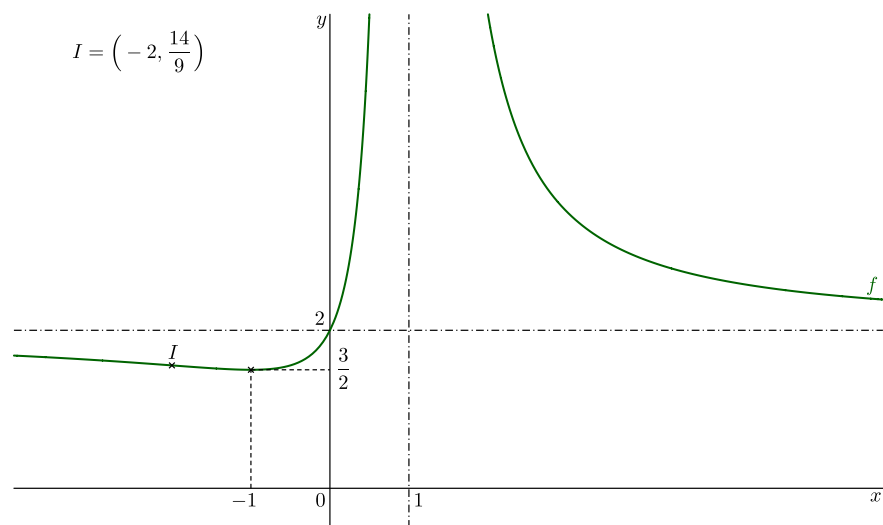
$$f'(x) = 4 \frac{x^4 - 1}{x} \quad f''(x) = 4 \frac{3x^4 + 1}{x^2}$$



Příklad 7.17. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{2(x^2 - x + 1)}{(x - 1)^2}$.

Řešení 7.17.

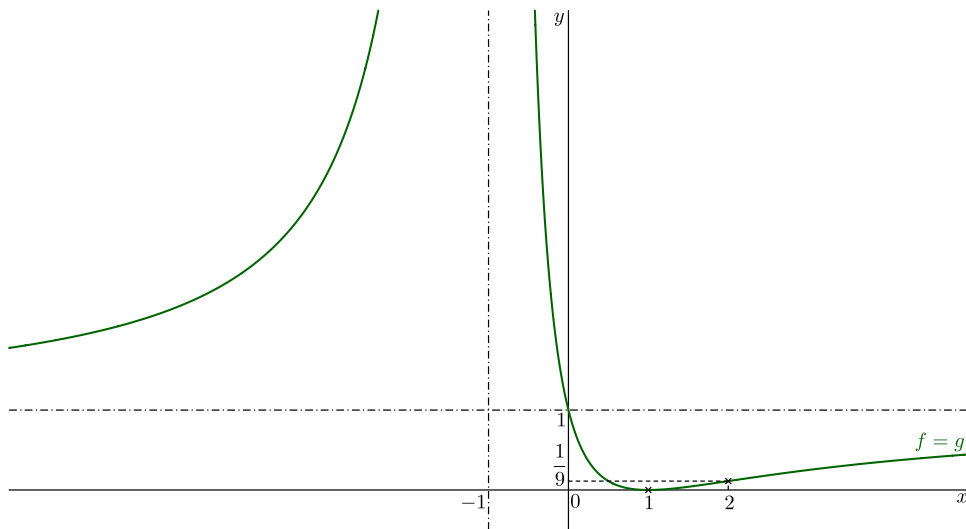
$$f'(x) = -2 \frac{(x + 1)}{(x - 1)^3} \quad f''(x) = 4 \frac{x + 2}{(x - 1)^4}$$



Příklad 7.18. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2$ a rozmyslete si, jak se liší od průběhu funkce $g(x) = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^2}$.

Řešení 7.18.

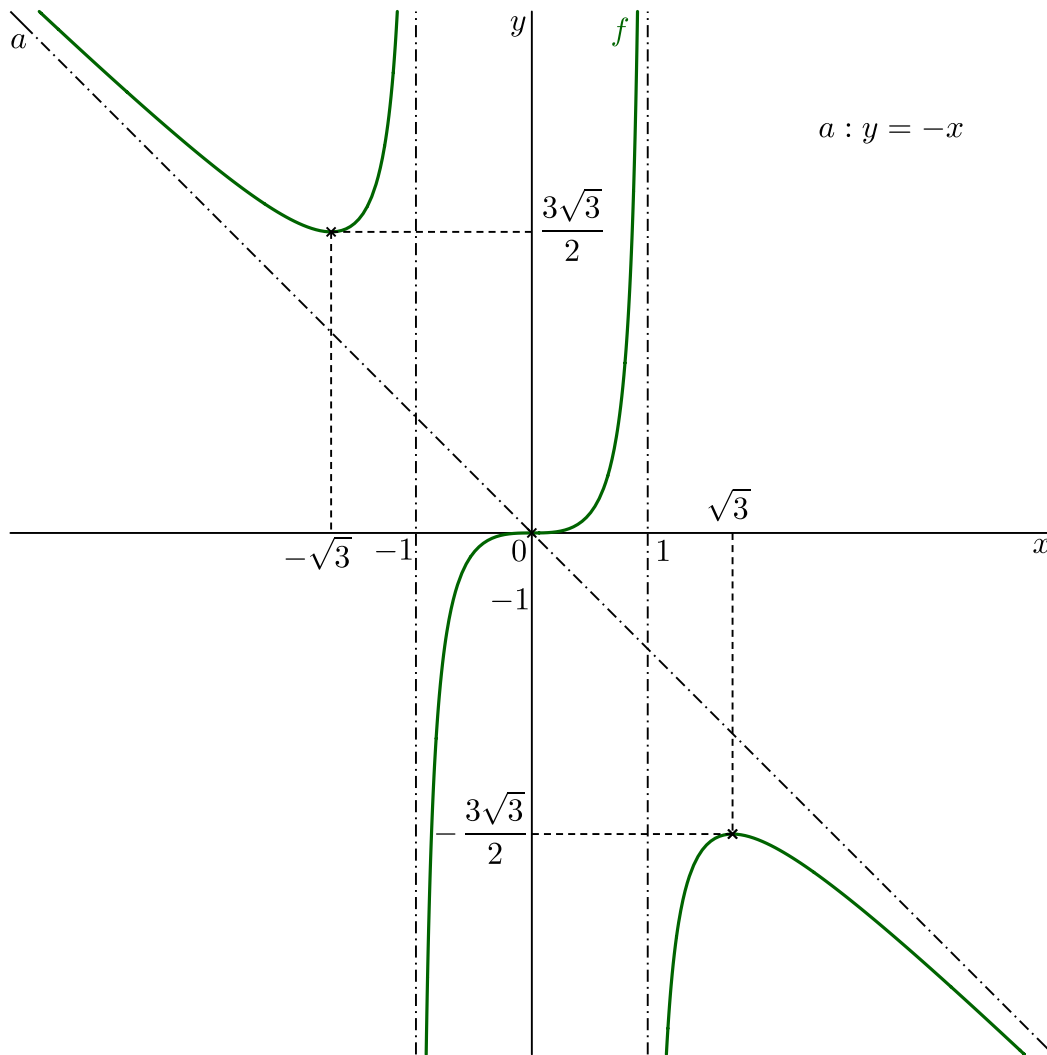
$$f'(x) = 4 \frac{x-1}{(x+1)^3} \quad f''(x) = -8 \frac{x-2}{(x+1)^4}$$



Příklad 7.19. * Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

Řešení 7.19.

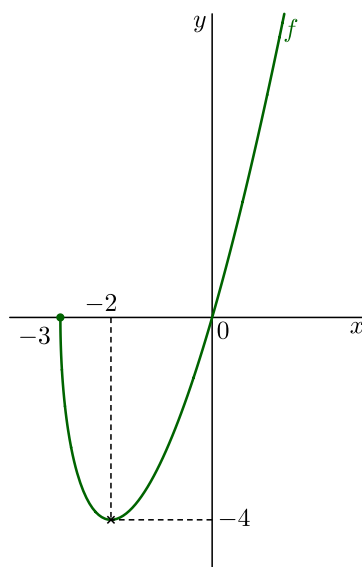
$$f'(x) = -\frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} \quad f''(x) = -2 \frac{x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$$



Příklad 7.20. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = 2x\sqrt{x+3}$.

Řešení 7.20.

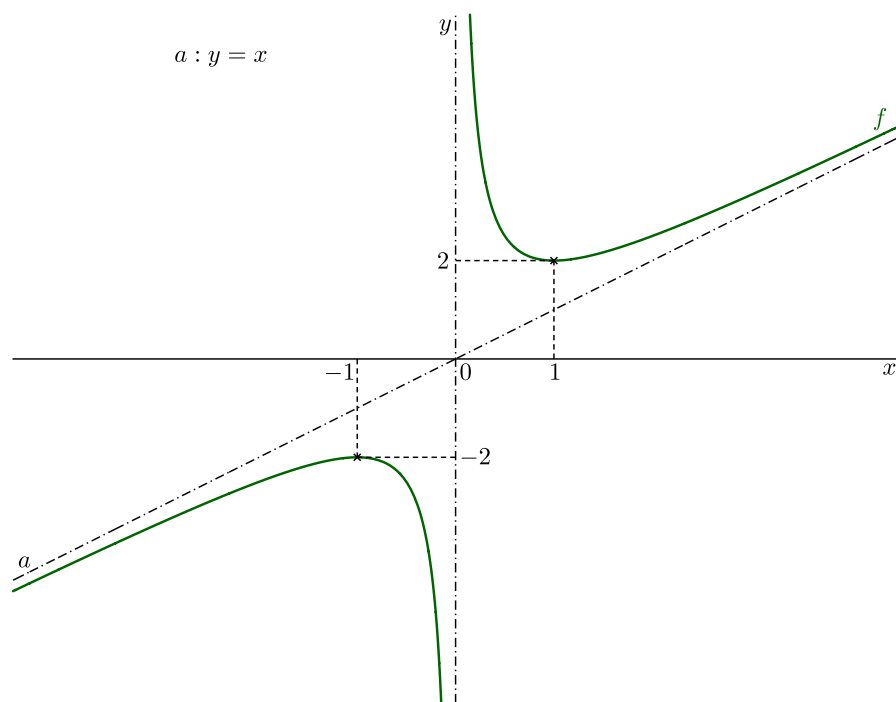
$$f'(x) = 3 \frac{x+2}{\sqrt{x+3}} \quad f''(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{x+4}{\sqrt{(x+3)^3}}$$



Příklad 7.21. * Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

Řešení 7.21.

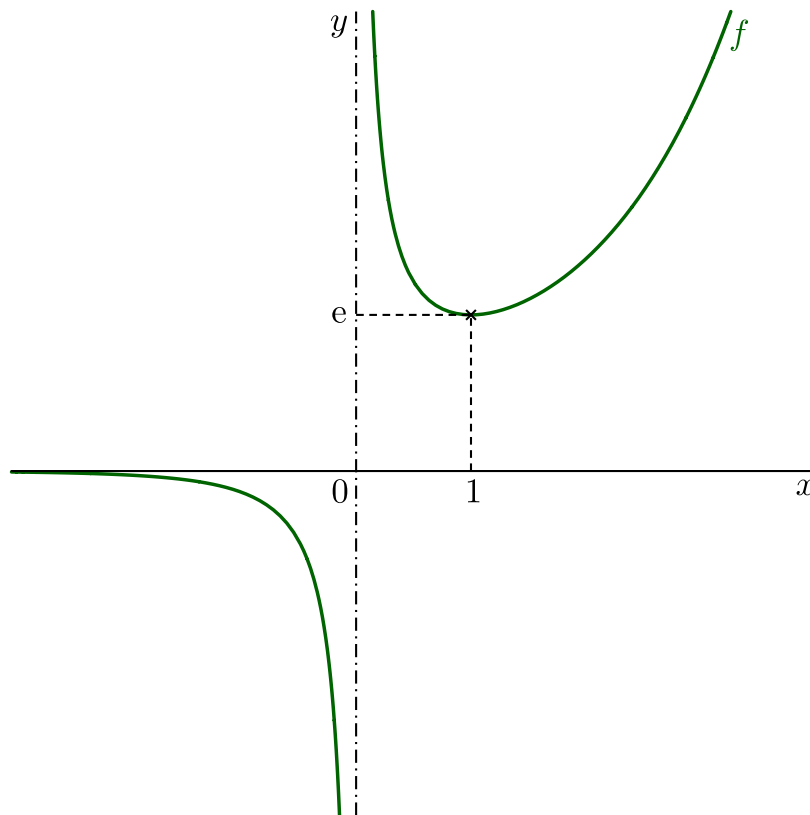
$$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2} \quad f''(x) = \frac{2}{x^3}$$



Příklad 7.22. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

Řešení 7.22.

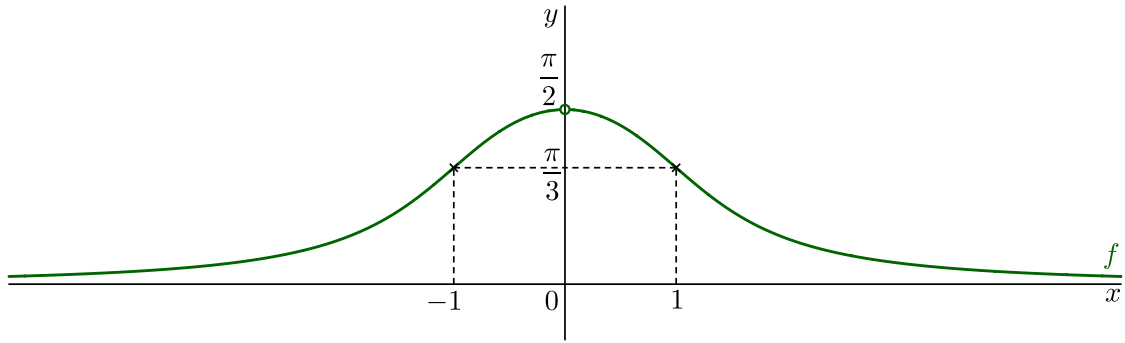
$$f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} \quad f''(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 2)}{x^3}$$



Příklad 7.23. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{x^2}$.

Řešení 7.23.

$$f'(x) = -2\sqrt{3} \frac{x}{x^4 + 3} \quad f''(x) = 6\sqrt{3} \frac{x^4 - 1}{(x^4 + 3)^2}$$



Příklad 7.24. * Vyšetřete průběh funkce $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$.

Řešení 7.24.

$$f'(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}(x-1)}{x} \quad f''(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$$

