

**Zápočtový test**  
Matematika C1 (MS710P56)  
6. termín 22. 1. 2024

1) Je dána matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- Vypočítejte její determinant.
- Určete její hodnotu.
- Rozhodněte, zda existuje inverzní matice  $A^{-1}$  a pokud ano, určete ji.
- Lze poslední řádkový vektor  $\vec{u}_3 = (2, 2, 5)$  vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních řádkových vektorů  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ ? Pokud ano, najděte ji.
- Rozhodněte a zdůvodněte, zda je matice regulární či singulární.

(10 bodů)

2) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf. (5 bodů)

$$f(x) = \left( \frac{2}{x-2} + \frac{1}{1-x} \right) : \left( 1 + \frac{2}{x-2} \right)$$

4) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

Určete její definiční obor, limity v krajních bodech definičního oboru, průsečíky s osami, lokální a globální extrémy, intervaly monotonie, inflexní body, intervaly konvexity, její asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé), obor hodnot a načrtněte její graf. (10 bodů)

5) Vypočítejte limity (10 bodů)

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{2x+1} + 2^{5x-1}}{5^{2x-1} + 2^{5x+1}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1 - e^{3x}}{x - xe^{-2x} + \sin 3x}$$

6) Vypočítejte integrály (10 bodů)

$$a) \int_0^1 (5x + 3) (\sqrt{x} - 1)^2 dx$$

$$b) \int \frac{\ln^3 x}{x} dx$$

7) Vypočítejte plošný obsah rovinného obrazce omezeného parabolou  $y = x^2$  a přímkou  $y = 4$ . Obrazec načrtněte. (5 bodů)