

Domácí cvičení 1. týden - Vlastnosti funkcí

1) Určete definiční obor následujících funkcí:

a) $f(x) = \frac{\sqrt{100-x^2}}{x^2+2x-15} + \log_2(11-6x)$

b) $f(x) = \sqrt{\frac{16x-x^3}{x^2+7x+6}}$

2) Určete obor hodnot následujících funkcí:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+4x-60}{x-6}} + 1$

b) $f(x) = \log_{27}(-x^2 + 2x + 8)$

3) Nakreslete graf funkce f splňující:

a)

- $D_f = \mathbb{R}$, $H_f = (0, \infty)$

- funkce f je **spojitá**, **rostoucí** a **konvexní** na svém definičním oboru

- $f(0) = 1$

Znáte nějakou konkrétní funkci s těmito vlastnostmi, její předpis?

b)

- f je **sudá**

- f je **rostoucí** na intervalu $(0, \infty)$

- f je **konvexní** na intervalu $(0, 2)$, **konkávní** na intervalu $(2, \infty)$

- f je **spojitá** na svém definičním oboru

- $D_f = \mathbb{R}$, $H_f = \langle -3, \infty \rangle$

- $f(0) = -3$, $f(2) = 0$

- přímka $y = x - 1$ je šikmá asymptota v $+\infty$

c)

- $D_f = \mathbb{R}$, $H_f = \mathbb{R}$,

- f je **rostoucí** na intervalech $(-\infty, -3)$ a $(2, \infty)$, **klesající** na intervalu $(-3, 2)$

- f je **spojitá** na svém definičním oboru

- f je **konkávní** na $(-\infty, -2)$, **konvexní** na $(-2, \infty)$

- průsečíky s osami má v bodech $[-5;0]$ a $[0;2]$

- lokální maximum má v bodě $[-3;4]$

- lokální minimum má v bodě $[2;1]$

- $f(-2) = 3$

-
- d)
- $D_f = \mathbb{R}$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ existuje a je konečná (tj. vlastní)
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ neexistuje
 - $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ je vlastní
 - $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ je nevlastní
 - $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$

4) Určete předpis kvadratické funkce f , víte-li, že pro ni platí: funkce f je rostoucí v intervalu $(-\infty, 3)$, klesající v intervalu $(3, \infty)$. Má právě jeden průsečík s osou x . Průsečík s osou y má v bodě $[0; -9]$. Načrtněte její graf.

5) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$