

Domácí cvičení 9. týden - Lineární a afinní zobrazení

1) Napište předpis afinního zobrazení $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, které zobrazí parabolu $y = x^2$ na parabolu

- $y = x^2 + 4x + 7$
- $y = -x^2 + 6x$
- $y = 4x^2 + 8x + 3$

Rozhodněte, zda se v jednotlivých případech jedná o podobnost nebo shodnost (popř. přímou či nepřímou).

Nápověda: Rovnici paraboly upravte na vrcholový tvar.

2) Napište předpis lineárního zobrazení $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, které zobrazí trojúhelník ABC s vrcholy

$$A = [0, 0], B = [3, 0], C = [0, 2]$$

na trojúhelník $A'B'C'$ s vrcholy

- $A' = [0, 0], B' = [0, -3], C' = [2, 0]$
- $A' = [0, 0], B' = [2, 0], C' = [0, -3]$

Rozhodněte, zda se v jednotlivých případech jedná o podobnost nebo shodnost (popř. přímou či nepřímou).

3) Pro která $a, b \in \mathbb{R}$ je zobrazení $L(\vec{x}) = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \vec{x}$ shodnost?

4) Určete předpis afinního zobrazení $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, které zobrazí kulovou plochu se středem v bodě $[2, 0, 0]$ a poloměrem 2 na elipsoid se středem v bodě $[-4, 0, 0]$ a délkami poloos 3, 1, 1 (3 ve směru osy x , 1 ve směru osy y , a 1 ve směru osy z) a určete předpis zobrazení $L^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, které tento elipsoid zobrazí zpět na tuto kulovou plochu.

