Skalární součin

Ortogonální doplněk, báze, projekce

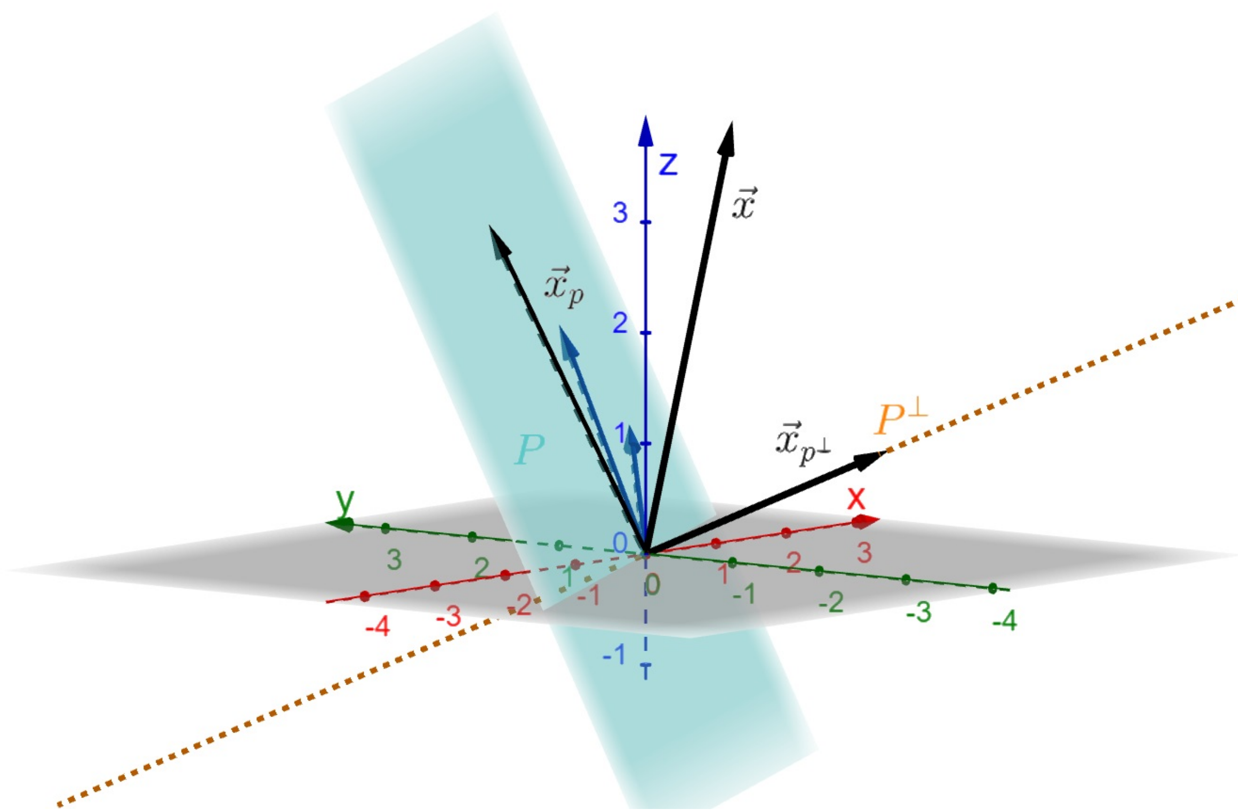
1. 5. 2025

Je dán podprostor $P = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right]_\lambda$ v $\mathbb{R}^3$

a) Najděte jeho ortogonální doplněk.

b) Najděte nějaký ortogonální systém v P a doplňte ho na ortogonální bázi $\mathbb{R}^3$.

c) Určete projekci vektoru $\vec{x} = (0, -1, 4)^T$ na P a $P^\perp$.



Obrázek 1: Podprostor P je rovina se směrovými vektory $(1, 1, 1)^T$ a $(0, 1, 2)^T$, jeho ortogonální doplněk $P^\perp$ je přímka kolmá k této rovině.

Výsledky:

a) $P^{\perp} = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]_{\lambda}$

b) Fixujeme-li vektor $\vec{x} = (1,1,1)^T$, pak vektor z P, který je k němu kolmý může být např. $\vec{y} = (1,0,-1)^T$.

Ortogonální báze $\mathbb{R}^3$ obsahující podprostor P může být $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

c) Projekce $\vec{x}$ na P je $\vec{x} = (-1,1,3)^T$, projekce na $P^{\perp}$ je $\vec{x}_{p^{\perp}} = (1,-2,1)^T$.