

# Zápočtový test - vzor

Matematika M1

ZS 2025/26

1) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2}$$

Určete intervaly monotonie a konvexity, najděte lokální extrém, inflexní body, definiční obor a obor hodnot, průsečíky s osami a graf funkce zakreslete.

2) Určete definiční obor a obor hodnot následujících funkcí.

$$a) f(x) = \log_{27}(6x - x^2) \quad b) g(x) = 3 \arccos(x + 4) + \pi$$

Dále rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou dané funkce prosté a pokud ano, určete předpis inverzní funkce.

3) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf.

$$g(x) = \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 - 3x} \right) : \frac{x - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

4) Zderivujte funkci a derivaci upravte

$$y = \ln \left( \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right)$$

5) Určete rovnici tečny ke grafu funkce

$$f(x) = -(x + 1)^2 + 2$$

v jejím průsečíku s osou  $y$ . Situaci zakreslete.

6) Určete Taylorův polynom 2. stupně funkce

$$f(x) = \ln(1 + 3x)$$

v jejím průsečíku s osou  $x$ . Situaci zakreslete.

7) Vypočtete limity

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{2x+1} + 2^{3x-1}}{3^{2x-1} + 2^{3x+1}} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x + 1 - e^{3x}}{xe^{-2x} - x + \sin 5x}$$

8) Vypočtete integrály

$$a) \int_0^1 \sqrt{x} (1 - \sqrt{x})^2 dx \quad b) \int \frac{x}{x^2 + 2x + 5} dx$$

9) Řešte diferenciální rovnici

$$a) y' + 2xy = x, \quad y(0) = 1 \quad b) y'' + 3y' + 2y = 4x$$