

### 3. minitest

Matematika M2 (b), LS 2025/26

9. 3. 2026

Najděte matici  $X$  splňující rovnici

$$XA^3 - AB + X = XA,$$

kde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

$$XA^3 - AB + X = XA$$

$$XA^3 + X - XA = AB$$

$$X(A^3 + I - A) = AB$$

$\cdot (A^3 + I - A)^{-1}$  zprava

$$X = AB(A^3 + I - A)^{-1}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 + I - A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[\cdot (I-A)]{\oplus} \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \underbrace{\hspace{10em}}_{(A^3 + I - A)^{-1}}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 7 & -23 \\ 3 & -11 \end{pmatrix}}}$$