

5. minútes 6.3.2025

Výšetřete konvergenci integrálu

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[3]{x^5+1}} dx$$

Kroková podmínka:

$$\forall x \in (1, \infty): \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[3]{x^5+1}} \sim \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[3]{x^5}} = \frac{x^{3/5}}{x^{5/3}} = x^{3/5 - 5/3} = x^{\frac{9-25}{15}} = x^{-16/15} = \frac{1}{x^{16/15}}$$

a $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{16/15}} dx$ konverguje neboť

$$\frac{16}{15} > 1 \quad \text{a} \quad \text{vímeže} \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} < \infty \iff p > 1$$

proto $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[3]{x^5+1}} dx$ konverguje