

Zkouškový test
Matematika pro geoinformatiky
2. termín, 22. 1. 2024

1) Popište vrstevnicový graf funkce

$$f(x, y) = \frac{x^2 - 3x}{y^2}$$

a zakreslete vrstevnice v řezu rovinou $z = c$ pro $c \in \{-1; 0; 1\}$.

2) Vypočtěte hodnotu

$$\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{3}{5} \right)$$

3) Určete řešení diferenciální rovnice

$$y' = \operatorname{tg} y$$

splňující počáteční podmínku a) $y(0) = \frac{\pi}{2}$, b) $y(0) = \pi$ a proveďte zkoušku.

4) Pomocí metody nejmenších čtverců nalezněte lineární aproximaci $y = ax + b$ z hodnot

x	0	1	2	3
y	-3	1	-3	5

5) Napište definici vlastního čísla a vlastního vektoru. Pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

rozhodněte a ověřte z definice, zda jsou následující vektory jejími vlastními vektory a pokud ano, určete příslušné vlastní číslo.

a) $\vec{x} = (3; -5; -4; 3)^T$

b) $\vec{x} = (1; 1; 1; 1)^T$

c) $\vec{x} = (-1; 1; 0; 1)^T$

6) V Gaussově rovině zakreslete všechna komplexní čísla $z \in \mathbb{C}$ splňující podmínku

$$|z| + |z - 2i| = 4$$

a určete takové komplexní číslo, jehož argumentem je a) $\frac{\pi}{2}$, b) π , c) $\frac{3\pi}{2}$.

7) V komplexním oboru řešte rovnici

$$\cos z = 2$$

8) Uvažujme následující zobrazení $L_1, L_2, L_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

- L_1 je osová souměrnost podle osy $y = 0$
- L_2 je osová souměrnost podle osy $x = 0$
- L_3 je osová souměrnost podle osy $y = x$

Napište předpis složeného zobrazení $L_3 \circ L_2 \circ L_1$ a popište jej.

9) Najděte singulární rozklad matice

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Bonusový příklad Uvedte příklad matice 5. řádu o hodnoti 3.