

**Zkouškový test**  
Matematika pro geoinformatiky  
2. termín, 25. 1. 2022

1) Je dána funkce

$$f(x, y) = \sqrt{4 - xy}$$

- Určete a zakreslete definiční obor funkce  $f$ . (1 bod)
- Vypočtete gradient funkce  $f$  v bodě  $A = [-5, 1]$ . (1 bod)
- Vypočtete její derivaci v bodě  $A$  ve směru vektoru  $\vec{u} = (1, -1)^T$  (1 bod)
- Určete rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $A$  (1 bod)

2) Určete Taylorův polynom 2. stupně funkce

$$g(x, y) = x^3 \ln y$$

v bodě  $A = [2; 1]$ . (2 body)

3) Určete matici osově souměrnosti podle přímky  $y = 3x$ . (2 body)

4) Uvažujme lineární zobrazení  $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dané předpisem

$$L(\vec{x}) = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \vec{x}$$

a) Ověřte, zda zobrazení  $L$  je podobnost, případně zda je přímá či nepřímá. Pokud ano, запиšte jej jako složení shodnosti a stejnoolehlosti. (3 body)

b) Jaký je obsah obrazu množiny

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}.$$

při zobrazení  $L$ ? (2 body)

5) Metodou nejmenších čtverců nalezněte lineární aproximaci  $y = ax + b$  z naměřených dat (3 body)

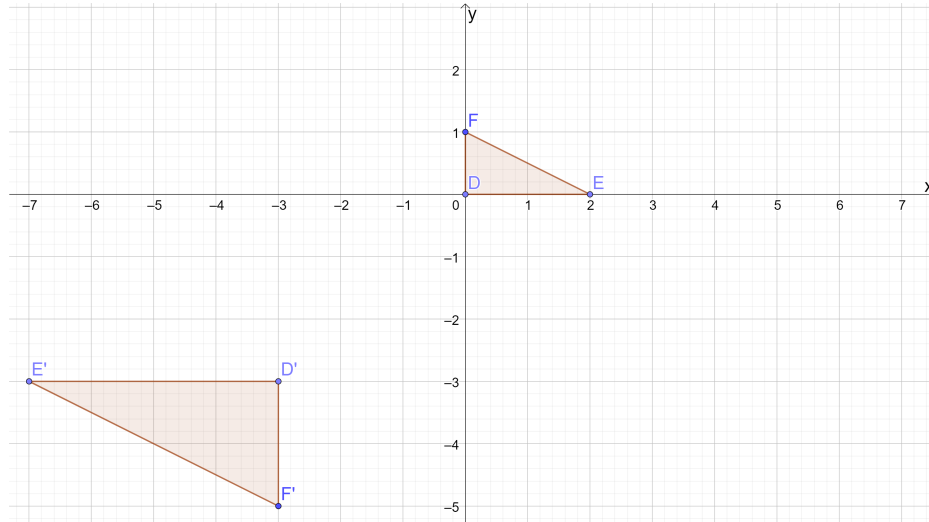
x	-1	0	1
y	3	-9	9

6) Zakreslete rovinnou křivku  $\varphi : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}^2$  danou předpisem

$$\varphi(t) = (2^t, 4^{t+1})$$

Je tato křivka část grafu nějaké funkce? Pro hodnotu parametru  $t = -1$  určete tečný vektor ke křivce a zakreslete ho v daném bodě křivky. (2 body)

7) Určete předpis afinního zobrazení  $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , které trojúhelník  $DEF$  zobrazí na trojúhelník  $D'E'F'$  a popište toto zobrazení. (2 body)



8) Je dána rovinná oblast

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq \sqrt{x} + 1\}.$$

- Vypočtete plošný obsah oblasti  $M$ . (1 bod)
- Vypočtete objem rotačního tělesa vzniklého rotací oblasti  $M$  kolem osy  $x$ . (1 bod)
- Vypočtete objem rotačního tělesa vzniklého rotací oblasti  $M$  kolem osy  $y$ . (2 body)

**Bonusový příklad 1** Pomocí Moivreovy věty odvoďte vzorce pro  $\sin 5x$  a  $\cos 5x$ . (2 body)

**Bonusový příklad 2** Hmotný bod pohybující se po spirále se v čase  $t = 0$  nacházel v bodě  $[4; 0]$  a pro  $t \rightarrow +\infty$  se blíží do bodu  $[0; 0]$ . Odhadněte jeho polohu v čase  $t$ , tj. předpis křivky  $\varphi(t)$ . (2 body)

