

Zkouškový test
Matematika pro geoinformatiky
1. termín, 5. 1. 2023

1) Je dána funkce

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x+1}{y-2}}$$

- Určete a zakreslete definiční obor funkce f . (1 bod)
- Vypočtete gradient funkce f v bodě $A = [-5, 1]$. (1 bod)
- Vypočtete její derivaci v bodě A ve směru vektoru $\vec{u} = (1, -1)^T$ (1 bod)
- Určete rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě A (1 bod)

2) Určete Taylorův polynom 2. stupně funkce

$$g(x, y) = x^3 y^4$$

v bodě $A = [2; 1]$. (2 body)

3) Určete matici osově souměrnosti podle osy $y = 5x$ a nalezněte její Jordanův rozklad. (3 body)

4) Uvažujme lineární zobrazení $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dané předpisem

$$L(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \vec{x}$$

a) Ověřte, zda zobrazení L je podobnost, případně zda je přímá či nepřímá. Pokud ano, запиšte jej jako složení shodnosti a stejnolehlosti a určete koeficient této stejnolehlosti. (3 body)

b) Jaký je obsah obrazu množiny

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 + |x| \leq y \leq 1 - |x|\}.$$

při zobrazení L ? (2 body)

5) Metodou nejmenších čtverců nalezněte lineární aproximaci $y = ax + b$ z naměřených dat (3 body)

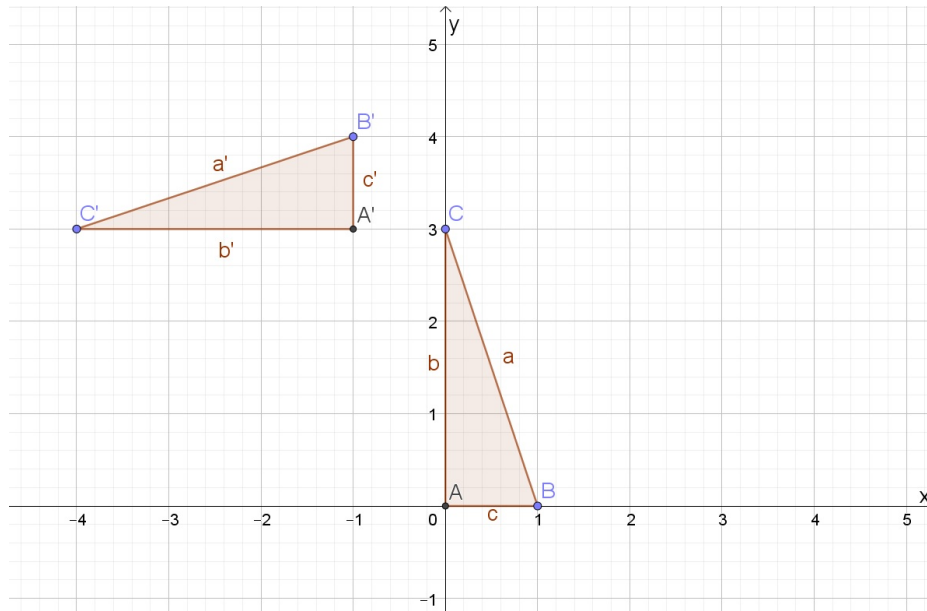
x	-1	0	1
y	0	3	-2

6) Zakreslete a popište rovinnou křivku $\varphi : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2$ danou předpisem

$$\varphi(t) = (3 \cos(t) - 1, 2 \sin(t) + 3)$$

Pro hodnotu parametru $t = \pi$ určete tečný vektor ke křivce a zakreslete ho v daném bodě křivky. (2 body)

7) Určete předpis afinního zobrazení $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, které trojúhelník ABC zobrazí na trojúhelník $A'B'C'$ a popište toto zobrazení. (2 body)



8) Určete singulární rozklad matice

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(3 body)

Bonusový příklad Napište vzorec pro

$$(a + b)^5$$

a pomocí Moivreovy věty odvoďte vzorce pro $\sin 5x$ a $\cos 5x$. (2 body)