

Základní vzorce pro derivování elementárních funkcí

$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$	$x \in R$ (pro $n \in N$)
$f(x) = x^k$	$f'(x) = k \cdot x^{k-1}$	$x \in R \setminus \{0\}$ (pro $k \in Z$)
$f(x) = x^r$	$f'(x) = r \cdot x^{r-1}$	$x \in (0, \infty)$ (pro $r \in R$)
$f(x) = c$	$f'(x) = 0$	$x \in R$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$x \in R$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$x \in R$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$x \in R \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in Z\}$
$f(x) = \operatorname{cotg} x$	$f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$x \in R \setminus \{k\pi, k \in Z\}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$x \in R$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \ln a$	$x \in R$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$x \in (0, \infty)$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$	$x \in (0, \infty)$
$f(x) = \arcsin x$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1, 1)$
$f(x) = \arccos x$	$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1, 1)$
$f(x) = \operatorname{arctg} x$	$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$
$f(x) = \operatorname{arccotg} x$	$f'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$

Pravidla pro výpočet derivací

Platí:

1. $[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$, k je konstanta
2. $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$
3. $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
4. $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
5. $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

L'Hospitalovo pravidlo

Použití pro snadnější výpočet limit typu: " $\frac{0}{0}$ " a " $\frac{\pm\infty}{\infty}$ "

Je-li $\lim f(x) = \lim g(x) = 0$ a existuje-li $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$

nebo

je-li $\lim f(x) = \lim g(x) = \pm\infty$ a existuje-li $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$, potom platí:

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

V této větě může mít symbol \lim kterýkoli z významů:

$$\lim_{x \rightarrow a} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty}$$

Základní vzorce pro určení primitivních funkcí:

$\int 0 dx = c, \int dx = x + c$	$x \in R, c \in R$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	<i>např.</i> $x \in R^+, c \in R, n \in R \setminus \{-1\}$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$	$x \in R \setminus \{0\}, c \in R$
$\int e^x dx = e^x + c$	$x \in R, c \in R$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$x \in R, c \in R$
$\int \cos x dx = \sin x + c$	$x \in R, c \in R$
$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$x \in R, c \in R$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + c$	$x \in R \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in Z\}, c \in R$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{cotg} x + c$	$x \in R \setminus \{k\pi, k \in Z\}, c \in R$
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsin} x + c$	$x \in (-1, 1), c \in R$
$\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arccos} x + c$	$x \in (-1, 1), c \in R$
$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + c$	$x \in R, c \in R$
$\int \frac{-1}{1+x^2} dx = \operatorname{arcotg} x + c$	$x \in R, c \in R$

Vlastnosti integrálů

$\int f(x)dx$ nazýváme **neurčitým integrálem**.

Pravidla pro výpočet integrálů:

Platí:

1. $\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx, k \in R$
2. $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Mezi derivací a neurčitým integrálem platí ještě dva následující vztahy:

1. $(\int f(x)dx)' = f(x)$
2. $\int f'(x)dx = f(x) + c, c \in R$

Integrační metody

Metoda per partes

Jestliže funkce $u(x), v(x)$ mají na intervalu I spojitě derivace. Potom platí:

$$\int u'(x) \cdot v(x)dx = u(x) \cdot v(x) - \int u(x) \cdot v'(x)dx$$

Vzorec je odvozen z pravidla o derivování součinu:

$$[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$u'(x) \cdot v(x) = [u(x) \cdot v(x)]' - u(x) \cdot v'(x).$$

Integrováním obou stran rovnosti získáme výše uvedený vzorec.