

Zápočtový test

Matematika pro geoinformatiky
Vzor

- 1) Určete definiční obor a obor hodnot následujících funkcí.

$$f(x) = \sqrt{2 - x - x^2}$$

$$g(x) = 4 \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{x+2} \right) + 3\pi$$

Dále rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou dané funkce prosté a pokud ano, určete předpis inverzní funkce.

- 2) Zderivujte funkci

$$y = \cos^3(e^{-x^2})$$

- 3a) Vypočtete integrál

$$\int_{-\frac{1}{2}}^0 (2x+1)^{49} dx$$

- 3b) Vypočtete obsah množiny

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 \leq y \leq x\}$$

- 3c) Vypočtete objem rotačního paraboloidu o výšce 4, jehož podstavou je kruh o poloměru 1.

- 4) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = 4xy$$

splňující počáteční podmínku $y(5) = 1$.

- 5) Určete inverzní matici k matici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 6) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 25 & 0 \end{pmatrix}$$

- 7) Určete argument komplexního čísla

$$z = \left(\frac{1 - \frac{1}{i}}{1 + \frac{1}{i}} \right)^8$$

Argument uvádějte v základním tvaru, tedy z intervalu $[0, 2\pi)$.

8) Napište předpis afinního zobrazení $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, které zobrazí

- graf funkce $y = \log_2(-x)$ na graf funkce $y = -(\frac{1}{2})^x$
- parabolu $y = x^2$ na parabolu $y = -x^2 + x$
- kružnici $x^2 + y^2 - 8y = 0$ na elipsu $4x^2 + y^2 + 4y = 0$

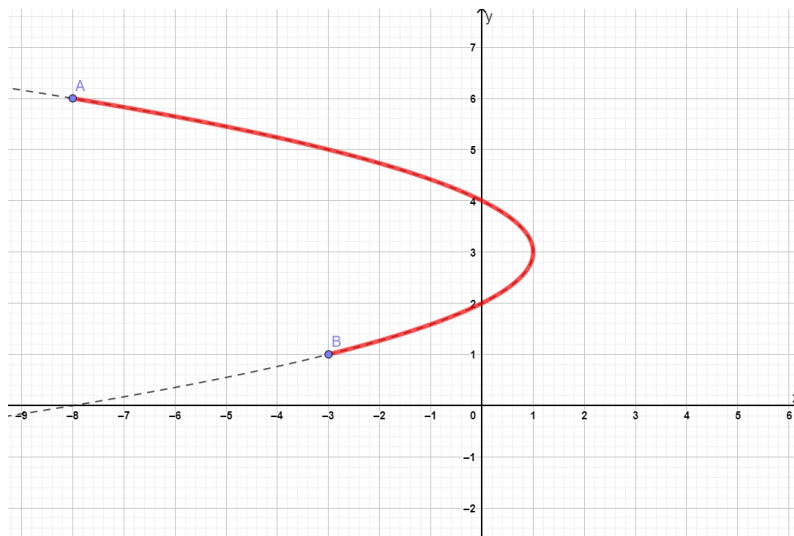
Rozhodněte, zda je dané zobrazení shodnost či podobnost, potažmo přímá či nepřímá.

9) Zakreslete rovinnou křivku $\varphi : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ danou předpisem

$$\varphi(t) = (3^t, 9^{t+1})$$

Pro hodnotu parametru $t = -1$ určete tečný vektor ke křivce a zakreslete ho v daném bodě křivky.

10) Napište parametrickou rovnici rovinné křivky φ z bodu A do bodu B .



11a) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x - 5$$

Určete intervaly monotonie a konvexity, najděte lokální extrémy, inflexní body, průsečíky s osami a graf funkce zakreslete.

11b) Určete co nejvíce vlastností funkce z obrázku - její definiční obor, obor hodnot, intervaly monotonie, intervaly konvexity, lokální extrémy, inflexní body, průsečíky s osami. Rozhodněte zda je prostá, omezená, případně sudá či lichá. Dále odhadněte hodnoty $f'(0)$ a $f''(0)$.

