

Zápočtový test
Matematika M1, ZS 2025/26
2. termín 13. 1. 2026

1) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$

Určete intervaly monotonie a konvexity, najděte lokální extrém, inflexní body, definiční obor a obor hodnot, průsečíky s osami, limity v krajních bodech definičního oboru a asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé)- Graf funkce zakreslete. (8 bodů)

2) Určete definiční obor a obor hodnot funkce

$$g(x) = 4 \arccos(1 + 2 \log_3 x)$$

Dále rozhodněte a zdůvodněte, zda je prostá a pokud ano, určete předpis inverzní funkce. (4 body)

3) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf. (5 bodů)

$$h(x) = \frac{\sqrt{36x^5}}{(\sqrt{x+3x})^2 - (\sqrt{x-3x})^2} : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2} \right)$$

4) Určete Taylorův polynom 1. a 2. stupně funkce

$$f(x) = e^{2x}$$

v jejím průsečíku s osou y . Situaci zakreslete. (4 body)

5) Vypočtěte limitu (3 body)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_2(\sqrt{x^2 + x} - x)$$

6) Vypočtěte integrál (4 body)

$$\int \cos^5 x \sin^2 x \, dx$$

7) Pomocí integrálu vypočtěte objem rotačního kužele o poloměru podstavy 2 a výšce 1. (4 body)

8) Určete řešení diferenciální rovnice

$$y' = \operatorname{tg} y$$

splňující počáteční podmínku a) $y(0) = \frac{\pi}{2}$, b) $y(0) = \pi$ a proveďte zkoušku. (8 bodů)