

Zápočtový test
Matematika M1, ZS 2025/26
3. termín 16. 1. 2026

1) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

Určete intervaly monotonie a konvexity, najděte lokální extrém, inflexní body, definiční obor a obor hodnot, průsečíky s osami, limity v krajních bodech definičního oboru a asymptoty (svislé, vodorovné, šikmé)-Graf funkce zakreslete. (8 bodů)

2) Určete definiční obor a obor hodnot funkce

$$g(x) = \arcsin\left(2 + \log_2\left(\frac{x}{3}\right)\right)$$

Dále rozhodněte a zdůvodněte, zda je prostá a pokud ano, určete předpis inverzní funkce. (4 body)

3) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf. (5 bodů)

$$h(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 - 3x}\right) : \frac{x - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

4) Určete Taylorův polynom 1. a 2. stupně funkce

$$f(x) = \ln x$$

v bodě grafu funkce, ve kterém je tečna rovnoběžná s osou 1. a 3. kvadrantu. Situaci zakreslete. (4 body)

5) Vypočtete limitu (3 body)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{5x-1} + 5^{2x+1}}{2^{5x+1} + 5^{2x-1}}$$

6) Vypočtete integrály (8 bodů)

$$\int_0^1 x(\sqrt{x} + 1)^2 dx$$
$$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x - \sin x - 6} dx$$

7) Určete řešení diferenciální rovnice

$$y' = y^2 - 1$$

splňující počáteční podmínku a) $y(0) = 0$, b) $y(0) = 1$ a proveďte zkoušku. (8 bodů)