

## 12. minitest

Matematika M1, ZS 2025/26

6. 1. 2026

Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = 2xy^2$$

splňující počáteční podmínku  $y(0) = 1$ . Proveďte zkoušku.

$$\frac{dy}{dx} = 2xy^2 \quad | \cdot dx$$

$$| : y^2$$

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int 2x dx$$

$$-\frac{1}{y} = x^2 + c$$

Obecné řešení:  $y = -\frac{1}{x^2 + c} \quad | c \in \mathbb{R}$

$$y(0) = 1 \Rightarrow 1 = -\frac{1}{0^2 + c} \Rightarrow \boxed{c = -1}$$

Řešení:  $y = -\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{1 - x^2} \quad | x \in (-1, 1)$

Zkouška:  $\left(\frac{1}{1-x^2}\right)' \stackrel{?}{=} 2x \cdot \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^2$

$$(-2x) \cdot (-1) \cdot \frac{1}{(1-x^2)^2} = \frac{2x}{(1-x^2)^2} \quad \checkmark$$

$$y(0) = \frac{1}{1-0^2} = 1 \quad \checkmark$$