

7. minitest - varianta A
Integrál racionální lomené funkce
18. 4. 2024

Vypočtěte integrál

$$\int \frac{x^3}{x^2 - x - 2} dx$$

$$x^3 = (x^2 - x - 2) \cdot (x + 1) + \frac{3x + 2}{x^2 - x - 2}$$

$$\begin{array}{r} - (x^3 - x^2 - 2x) \\ \hline x^2 + 2x \\ - (x^2 - x - 2) \\ \hline 3x + 2 \end{array}$$

Rozeklad na parciální zlomky: $\frac{3x+2}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$

$$3x+2 = A(x+1) + B(x-2)$$

$$\underline{x=-1}: \quad -1 = -3B \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{1}{3}}$$

$$\underline{x=2}: \quad 8 = 3A \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = \frac{8}{3}}$$

$$\int \frac{x^3}{x^2 - x - 2} dx = \int \left(x + 1 + \frac{\frac{8}{3}}{x-2} + \frac{\frac{1}{3}}{x+1} \right) dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + \frac{8}{3} \ln|x-2| + \frac{1}{3} \ln|x+1| + c$$

7. minitest - varianta B

Integrál racionální lomené funkce

18. 4. 2024

Vypočtete integrál

$$\int \frac{x^3}{x^2 + 3x + 2} dx$$

$$x^3 : (x^2 + 3x + 2) = x - 3 + \frac{4x + 6}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\begin{array}{r} - (x^3 + 3x^2 + 2x) \\ \hline -3x^2 - 2x \\ - (-3x^2 - 9x - 6) \\ \hline 4x + 6 \end{array}$$

Resklad na parciální zlomky: $\frac{4x+6}{(x+2)(x+1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1}$

$$4x + 6 = A(x+1) + B(x+2)$$

$$x = -1: -1 = 0A + 1B \Rightarrow \boxed{B = -1}$$

$$x = -2: -8 = -A + 0B \Rightarrow \boxed{A = 8}$$

$$\int \frac{x^3}{x^2 + 3x + 2} dx = \int \left(x - 3 + \frac{8}{x+2} + \frac{-1}{x+1} \right) dx =$$

$$= \underline{\underline{\frac{x^2}{2} - 3x + 8 \ln|x+2| - \ln|x+1| + C}}$$