Opravná zápočtová písemka
NMAG 102: Lineární algebra a geometrie 2
letní semestr 2013–2014

Příklad 1 *Určete vlastní čísla reálné matice A a jejich algebraické a geometrické násobnosti.*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 2 *Určete signaturu kvadratické formy f_2.*

$$f_2((x_1, x_2, x_3)^T) = -x_1^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$$

Příklad 3 *Lineární zobrazení $f : \mathbb{Z}_5^4 \to \mathbb{Z}_5^2$ splňuje*

$$f((x_1, x_2, x_3, x_4)^T) = \begin{pmatrix} 2x_1 + 3x_2 + x_4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 \end{pmatrix} .$$

Určete jádro f.

Příklad 4 *Najděte bázi prostoru $\mathbb{R}^3$ složenou z Jordanových řetízků operátoru f_A.*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Příklad 5 *Zjistěte, zda $M = \langle B \rangle$ je invariantním podprostorem operátoru f_A na prostoru $\mathbb{Z}_3^3$.*

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right), \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Příklad 6 *Matice lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ vzhledem k bázím B a C je A. Určete $f((x_1, x_2)^T)$.*

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right), \quad C = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right), \quad A = [f]_C^B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 7 *Najděte rovnicové vyjádření parametricky zadaného podprostoru B afinního prostoru $\mathbb{R}^4$ (vzhledem ke kanonické soustavě souřadnic).*

$$B = (1, 0, 1, 2)^T + \langle (1, 1, 2, 1)^T, (1, 2, -1, 2)^T \rangle$$

Příklad 8 *Vypočítejte n-tou mocninu reálné matice A.*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Příklad 9 *Najděte singulární rozklad reálné matice A.*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$