

## 9. minitest

Matematika M2 (b), LS 2025/26

20. 4. 2026

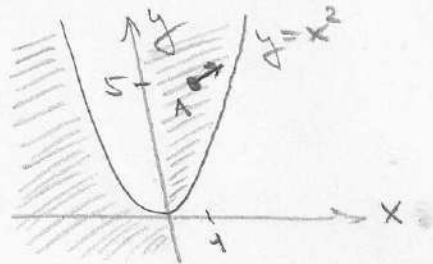
Je dána funkce

$$f(x, y) = \sqrt{xy - x^3}$$

- Určete a zakreslete její definiční obor.
- Vypočítejte gradient v bodě  $A = [1, 5]$ .
- Určete rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $A$ . (nepovinné)

Def. obor:  $xy - x^3 \geq 0$

$$x(y - x^2) \geq 0 \iff \begin{cases} x \geq 0 \wedge y \geq x^2 \\ \vee (x \leq 0 \wedge y \leq x^2) \end{cases}$$



Parciální derivace:  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy - x^3}} \cdot (y - 3x^2)$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot 2 = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy - x^3}} \cdot x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot 1 = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

Gradient:  $\nabla f(A) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$$f(A) = \sqrt{5 - 1} = \sqrt{4} = 2$$

Tečná rovina:  $2 - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) + \frac{1}{4}(y - 5)$