

2. zápočtový test - vzor

Matematika B (B413002)
Diferenciální počet funkcí dvou proměnných

V testu budou 2 příklady z následujících typů:

1) Určete lokální extrémy a sedlové body funkce

$$f(x, y) = y + \frac{1}{y} - 2 \ln^2 x$$

2) Je dána funkce

$$f(x, y) = \arccos\left(\frac{y}{x}\right)$$

- Určete rovnici vrstevnice ke grafu funkce f procházející bodem $A = [2, 1]$
- Vypočtete gradient funkce f v bodě $A = [2, 1]$.
- Určete definiční obor funkce f a vyznačte jej v rovině xy . Do jednoho obrázku zakreslete vrstevnici i gradient v bodě A .

3) Je dána funkce

$$f(x, y) = (y - x) \sin \frac{x}{y}$$

a bod $A = [\pi, 2]$.

- Určete rovnici tečné roviny k funkci f v bodě A .
 - Určete Taylorův polynom 2. stupně funkce f v bodě A .
- 4) Je dáno zobrazení $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ předpisem

$$F(x, y) = (\arccos(x^2 + y^2 - 3), \ln(y + x^2))$$

- Určete definiční obor D_f tohoto zobrazení a zakreslete jej v rovině xy .
- Rozhodně a zdůvodněte, zda je D_f otevřená a konvexní množina.
- Graficky určete počet řešení soustavy $F(x, y) = (0, 0)$

5) Určete graficky počet řešení soustavy

$$x^2 + y^2 - 6y = 0$$

$$x^2 - 5x + y = 0$$

Pro neceločíselné řešení této soustavy uvažujte nultou aproximaci $(x_0, y_0) = (2, 5)$ a Newtonovou metodou spočtete jeho první aproximaci.