

# RMF - Úlohy z 4. týdne

Zobecněné funkce, operace na  $\mathcal{D}'$

18. 10. 2024

1) Vypočtěte limity v  $\mathcal{D}'$ .

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} + x^2}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n e^{-n|x|}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n e^{-n^2 x^2}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{10}{n^2} + \frac{2x}{n} + x^2}$

*Nápověda: V integrálech užíjte substituci  $x \mapsto \frac{x}{n}$ .*

2) Upravte v  $\mathcal{D}'$  výraz

$$(e^{|x|} \cos |x|)''''$$

3) Rozhodněte a zdůvodněte, zda je zobrazení  $f : \mathcal{D}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  dané předpisem

$$(f, \varphi) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{\mathbb{R} \setminus (-\varepsilon, \varepsilon)} g(x) \varphi(x) dx$$

zobecněná funkce, je-li

a)  $g(x) = \frac{1}{\operatorname{arctg} x}$

b)  $g(x) = \frac{\ln(1+4x^2)}{x^2 \operatorname{arctg}(3x)}$

c)  $g(x) = \frac{1}{x^2}$

*Nápověda: Lze postupovat obdobně jako při regularizaci funkce  $\frac{1}{x}$  v příkladu 3.1 (vii) ze sbírky úloh?*