7. minitest RMF

Varianta A

15. 11. 2024

Vypočtěte klasickou konvoluci funkcí.

$$x^2 * e^{-|x|}$$

$$= e^{-|x|} * x^2$$

$$\left(x^2 * e^{-|x|}\right)(x) = \int_{\mathbb{R}} e^{-|y|} \cdot \underbrace{(x-y)^2}_{x^2 - 2xy + y^2} \, dy = x^2 \int_{\mathbb{R}} e^{-|y|} \, dy -$$

$$- 2x \cdot \underbrace{\int_{\mathbb{R}} y \cdot e^{-|y|} \, dy}_{0} + \int_{\mathbb{R}} y^2 \cdot e^{-|y|} \, dy =$$

$$= 2x^2 \underbrace{\int_0^\infty e^{-y} \, dy}_{\left[-e^{-y}\right]_0^\infty = 0 - (-1) = 1} + 2 \underbrace{\int_0^\infty y^2 e^{-y} \, dy}_{2!} = 2x^2 + 4$$

(nebo použít 2x per-partes)

7. minitest RMF

Varianta B

15. 11. 2024

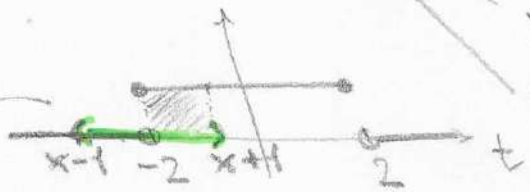
Vypočtěte klasickou konvoluci funkcí.

$$\theta(2 - |x|) * \theta(1 - |x|)$$

$$= \int_{-1}^{1} \theta(2-|x-y|)\, dy = -\int_{x+1}^{x-1} \theta(2-|t|)\, dt =$$

$$\left| \begin{array}{l} x - y = t \\ -dy = dt \end{array} \right|$$

$$= +\int_{x-1}^{x+1} \theta(2-|t|)\, dt = \begin{cases} 0, & |x| \geq 3 \\ 2, & x \in \langle -1, 1 \rangle \\ x+3, & x \in (-3,-1) \\ 3-x, & x \in (1,3) \end{cases}$$



(pro $x \in (-3,-1)$ funkce roste lineárně neboť obsah přibývá lineárně, zatímco pro $x \in (1,3)$ klesá lineárně)