

Souhrnný domácí úkol z Matematiky B - termín odevzdání 23. 5. 2021

1) Rovina ρ je určena body $[0; 0; 0]$, $[1; 1; 1]$ a $[5; 3; -1]$.

a) Určete obecnou rovnici roviny ρ .

b) Určete parametrické rovnice přímky p , která je kolmá k rovině ρ a prochází bodem $[4; 5; 6]$.

c) Určete průsečík p a roviny ρ .

2) Určete pro které hodnoty parametru $a \in \mathbf{R}$ je matice A singulární a pro tyto hodnoty vyjádřete řešení soustavy rovnic $A\vec{x} = \vec{0}$:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ a & a & 0 \\ 30 & a & a \end{pmatrix}$$

3) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$$

4) Určete a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \ln(x \ln(y - x))$$

Rozhodněte a zdůvodněte, zda se jedná o otevřenou, uzavřenou, omezenou, konvexní či obloukově souvislou množinu.

5) Určete lokální extrémů a sedlové body funkce

$$f(x, y) = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 1$$

6) Je dána rovnice

$$x^2 + xy + y^2 - 3 = 0$$

a) Podle věty o implicitní funkci ověřte, že touto rovnicí je na okolí bodu $[1, 1]$ definována funkce $y = f(x)$.

b) Rozhodněte, zda je tato funkce rostoucí či klesající.

c) Rozhodněte, zda je tato funkce konvexní či konkávní.

d) Určete Taylorův polynom 1. a 2. stupně této funkce.