3. minitest - varianta A

Statistika 1 - normální rozdělení

2. 5. 2024

V závodě jsou vyráběny výrobky, jejichž rozměry mají náhodné odchylky od normou stanovených hodnot. Tyto odchylky jsou rozloženy normálně se směrodatnou odchylkou $\sigma = 5\,mm$ a střední hodnotou $\mu = 0\,mm$.

a) Kolik procent výrobků bude průměrně zařazeno do vyšší jakostní třídy, kam se zařazují výrobky s odchylkou rozměrů menší než $3\,mm$?

b) Za jakou horní hranici odchylek se lze zaručit s pravděpodobností 0.9?

$$X \sim N(0, 5^2)$$

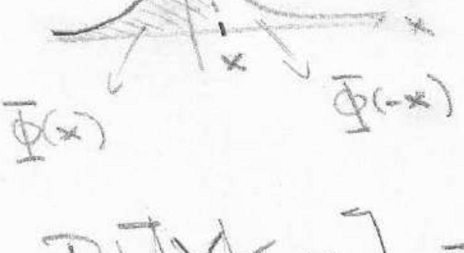
a) $$P[-3 < X < 3] = P\left[-\frac{3}{5} < \frac{X}{5} < \frac{3}{5}\right] =$$

$$= \Phi\left(\frac{3}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{3}{5}\right) = 2\,\Phi\left(\frac{3}{5}\right) - 1 =$$

$$= 2 \cdot 0{,}7257 - 1 \doteq \underline{0{,}45}$$

Ze symetrie rozdělení $N(0,1)$: $\forall x \in \mathbb{R}: \ \Phi(x) + \Phi(-x) = 1$

proto $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$



b) $$P[|X| \le x] = 0{,}9$$

$$P\left[-\frac{x}{5} \le \frac{X}{5} \le \frac{x}{5}\right] = \Phi\left(\frac{x}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{x}{5}\right) = 2\Phi\left(\frac{x}{5}\right) - 1$$

$$2\Phi\left(\frac{x}{5}\right) - 1 = 0{,}9 \implies \Phi\left(\frac{x}{5}\right) = \frac{19}{20} \implies x = \underline{8{,}225}$$

3. minitest - varianta B

Statistika 1 - normální rozdělení

2. 5. 2024

Náhodná veličina X má rozdělení $N(1,9)$. Určete pravděpodobnost, že

a) bude nabývat hodnot z intervalu $[-1,3]$.

b) překročí hodnotu 4.

$$X \sim N(1,9)$$
$$X-1 \sim N(0,9)$$
$$\frac{X-1}{3} \sim N(0,1)$$

a) $P[-1 \leq X \leq 3] = P\left[-\frac{2}{3} \leq \frac{X-1}{3} \leq \frac{2}{3}\right]$

$= \Phi\left(\frac{2}{3}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{3}\right) = 2 \cdot \Phi\left(\frac{2}{3}\right) - 1 =$

$= 2 \cdot 0{,}74 - 1 = \underline{\underline{0{,}48}}$ $\quad \boxed{\forall x \in \mathbb{R}: \Phi(x) + \Phi(-x) = 1}$

b) $P[X > 4] = 1 - P[X \leq 4] = 1 - P\left[\frac{X-1}{3} \leq 1\right]$

$= 1 - \Phi(1) \doteq 1 - 0{,}84 \doteq \underline{\underline{0{,}16}}$