

Souhrnný domácí úkol z Matematiky A

1. Nalezněte obecné řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = 4x^2 - 1$$

včetně jeho definičního oboru.

2. Spočtěte:

a) $\left(\ln \frac{2}{2-x}\right)'$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\operatorname{arccotg} x - \pi}$

3. Určete plošný obsah obrazce ohraničeného grafem funkce

$$f(x) = x \sin(-2x)$$

a přímkami danými rovnicemi $y = \frac{7}{2}$, $x = 0$ a $x = \pi$.

4. Načrtněte graf funkce

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^3, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1 - \sqrt[3]{x}, & x > 0. \end{cases}$$

Určete obor hodnot této funkce. Rozhodněte a zdůvodněte, zda k funkci f existuje inverzní funkce. Určete $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

5. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{1}{8x - x^2}.$$

Nakreslete její graf.