

Vzor zápočtového testu

Matematika M2 (b), LS 2025/26

1) Je dána maticová rovnice s neznámou maticí X :

$$XA^3 - AB + X = XA,$$

kde A, B jsou čtvercové matice stejného řádu.

a) Za jaké podmínky má tato rovnice řešení?

b) Najděte řešení rovnice pro $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2) Určete řešení diferenciální rovnice

$$y'' + y = x^2$$

s počátečními podmínkami $y(0) = 1$ a $y'(0) = 0$. Proveďte zkoušku.

3) Je dána funkce

$$f(x, y) = \ln(4 - xy - 2x)$$

a) Zakreslete její definiční obor.

b) Určete rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě $A = [1, 1]$.

4) Je dána rovnice

$$\ln(x + y + 1) + \frac{3}{x} + y + 2 = 0$$

a) Ověřte, že na jistém okolí bodu $A = [-1, 1]$ implicitně definuje funkci jedné proměnné $y = f(x)$.

b) K této funkci určete rovnici tečny a Taylorova polynomu 2. stupně. Zakreslete.

5) Vypočtete dvojný integrál

$$\iint_M x^2 y \, dy \, dx,$$

kde množina M je

a) trojúhelník s vrcholy $[0; 0]$, $[3; 0]$ a $[3; 9]$

b) půlkruh o poloměru 1 se středem v počátku v polorovině $y > 0$.