

Statistika 1

2. zápočtový test - vzor

16. 5. 2024

1) Průměrná doba životnosti žárovky je 1,5 roku. Předpokládejme, že doba životnosti se řídí exponenciálním rozdělením. Jaká je pravděpodobnost, že žárovka vydrží alespoň 10 měsíců?

2) Náhodný vektor (X, Y) má sdruženou hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{2}y^2 \ln x + \frac{1}{2} \ln x & 1 \leq x \leq e, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Určete marginální hustoty veličin X a Y a vypočítejte jejich střední hodnoty a rozptyly. Vypočítejte jejich korelaci a kovarianci a sestavte kovarianční matici. Jsou veličiny X a Y nezávislé?

3) V krabici jsou lístky s čísly 12, 14, 17, 21, 23, 26, 30, 32, 35, 41, 44, 50, 80, 102, 111. Náhodně vylosujeme jeden. Zaveďte náhodný vektor (X, Y) , kde veličina X vyjadřuje, jestli je vylosované číslo sudé (ano=1, ne=0) a veličina Y vyjadřuje ciferný součet. Vypočítejte korelaci X a Y .

4) Měřením pevnosti ocelových drátů byla vypočtena střední hodnota 372 MPa a směrodatná odchylka 14,5 MPa. Kolik drátů s pevností od 380 do 410 MPa můžeme průměrně očekávat ve výrobě 400 kusů, víme-li, že pevnost ocelových drátů je náhodná veličina s normálním rozdělením?

5) Během 16-ti měsíců byl sledován měsíční zisk určité společnosti. Byl vypočten odhad střední hodnoty 3 000 000 Kč a směrodatné odchylky 20 000 Kč. Za předpokladu, že zisk je normální náhodná veličina, určete 90%-ní interval spolehlivosti pro střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

Výsledky:

1) $e^{-\frac{5}{9}} \doteq 0,57$

2) Marginální hustoty: $f_X(x) = \ln x$, $x \in [1, e]$; $f_Y(y) = \frac{1}{2}(3y^2 + 1)$, $y \in [0, 1]$, veličiny jsou nezávislé, neboť $f(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$ a tedy $cov(X, Y) = 0$; střední hodnoty: $EX = \frac{1+e^2}{2} \doteq 2,09$, $EY = \frac{5}{8}$, druhé momenty: $EX^2 = \frac{1+2e^3}{9} \doteq 4,57$, $EY^2 = \frac{7}{15}$; rozptyly: $varX \doteq 0,202$, $varY \doteq 0,076$, kovarianční matice: $Var(X, Y) = \begin{pmatrix} 0,202 & 0 \\ 0 & 0,076 \end{pmatrix}$

3)

	Y		
X	3	5	8
0	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$
1	$\frac{3}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{3}{15}$

$$EX = \frac{3}{5}, \quad EY = \frac{16}{3}, \quad varX = \frac{6}{25}, \quad varY = \frac{38}{9}, \quad cov(X, Y) = 0$$

4) 115

5) $2991235 \text{ Kč} \leq \mu \leq 3008765 \text{ Kč}$, $15492 \text{ Kč} \leq \sigma \leq 28746 \text{ Kč}$